

Equazioni e sistemi

1. Su un foglio a parte risolvi le seguenti equazioni.

1. $\sqrt{2}x = \sqrt{8}$

2. $x + \sqrt{3} = 2(x + \sqrt{3})$

3. $5\sqrt{5}x - \sqrt{20} = \sqrt{45}$

4. $\sqrt{27}x - \sqrt{12} = \sqrt{3}(x + 1)$

5. $(3 + \sqrt{3})x = 4\sqrt{3} - (\sqrt{3} - 3)x$

6. $\sqrt{2}x = 2 + \sqrt{2}$

7. $(2 - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 2x - \sqrt{3}(2\sqrt{2} + 1)$

[R. 1) $x = 2$; 2) $x = -\sqrt{3}$; 3) $x = 1$; 4) $x = 3/2$; 5) $x = 2$; 6) $x = \sqrt{2} + 1$; 7) $x = \sqrt{2} + 1$]

2. Su un foglio a parte risolvi le seguenti equazioni.

a) $x - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{1}{\sqrt{2}} - x = \sqrt{2}$

c) $2\sqrt{2} = x + \frac{7}{\sqrt{8}}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \cdot x$

e) $\sqrt{8}(x - \sqrt{2}) = -4$

f) $\sqrt{27}(\sqrt{3} + x) = 3\sqrt{3} \cdot x$

g) $x - \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

h) $4\sqrt{2} = x + \frac{5}{\sqrt{8}}$

[R. a) $\sqrt{3}$; b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; d) $\frac{2}{5}$; e) 0; f) imp.; g) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$; h) $\frac{11\sqrt{8}}{8}$]

3. Risolvi le seguenti equazioni

a) $x^2 - 49 = 0$

b) $x^2 + x - 12 = 0$

c) $x^2 - 8x = 0$

d) $9x^2 - 4 = 0$

e) $x^2 + 4 = 0$

f) $(2-3x) \cdot (3-2x) = 6x^2 - 5x + 5 \cdot (4x-3)$

g) $(x-4) \cdot (x+5) = 0$

h) $x^2 + 6x + 9 = 0$

i) $\frac{3 \cdot (x+3)}{2} + \frac{x^2}{3} = \frac{x \cdot (x-3)}{6}$

l) $\frac{x+1}{2} + x^2 = \frac{x \cdot (x-1)}{2}$

m) $x^2 = 4x + 21$

n) $5(x-5) = (x+2)(2-x) - 5$

o) $x^3 + 2x^2 - 15x = 0$

p) $x^3 - 9x = 0$

q) $x \cdot (x+3) - (x+2) \cdot (2x+1) = -10$

r) $x^3 = -2x^2$

$S_a = \{-7; 7\}$

$S_b = \{-4; 3\}$

$S_c = \{0; 8\}$

$S_d = \{-2/3 ; 2/3\}$

$S_e = \{\}$

$S_f = \{3/4\}$

$S_g = \{-5; 4\}$

$S_h = \{-3\}$

$S_i = \{-9 ; -3\}$

$S_l = \{-1\}$

$S_m = \{-3; 7\}$

$S_n = \{-8; 3\}$

$S_o = \{-5; 0; 3\}$

$S_p = \{-3; 0; 3\}$

$S_q = \{-4; 2\}$

$S_r = \{-2; 0\}$

4. Risolvi le seguenti equazioni.

a) $4x^2 - 9 = 0$

b) $x^2 - 10x + 25 = 0$

c) $x^2 - 3x = 0$

d) $x(x-1) + 6(x+1) = 0$

e) $(x+3)(x+2) = (2x+16)(x-1)$

f) $4 = (x-1)(x+1) + 2[2-(x-1)]$

g) $(3x + 2)^2 - (3x - 2)^2 = 13x + 121$

h) $x^2 + 1 = 0$

i) $-x^2 + 12x = 36$

l) $2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$

m) $(x - 2)^2 - 9 = 0$

n) $\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{4} = 0$

o) $2(x - 2)^2 - 7x = (x - 3)^2 - 1$

p) $x^2 + 3x = \frac{x}{2} + 7x(x-2)$

$S_a = \{-3/2; 3/2\}$

$S_b = \{5\}$

$S_c = \{0; 3\}$

$S_d = \{-3 ; -2\}$

$S_e = \{2; -11\}$

$S_f = \{1\}$

$S_g = \{11\}$

$S_h = \{\}$

$S_i = \{6\}$

$S_l = \{-1/ \sqrt{2}\}$

$S_m = \{-1; 5\}$

$S_n = \{\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4}\}$

$S_o = \{0 ; 9\}$

$S_p = \{0; 11/4\}$

5. Risolvi le seguenti equazioni

a) $x^2 - 3x = -2$

b) $x^2 = 4x + 21$

c) $(x-2)(x+2) + 3x = 0$

d) $x(x-1) + 6(x+1) = 0$

e) $x(x+3) - (x+2)(2x+1) = -10$

f) $(x+3)(x+2) = (2x+16)(x-1)$

g) $4 = (x-1)(x+1) + 2[2-(x-1)]$

h) $5(x-5) = (x+2)(2-x) - 5$

[R. a) (1;2) b) (7;-3) c) (-4;1) d) (-2;-3) e) (2;-4) f) (2;-11) g) 1 h) (3;-8)]

6. Risolvi i seguenti sistemi. Prima della scelta del metodo di risoluzione ridurli alla forma normale.

a)
$$\begin{cases} \frac{x+y-1}{3} + \frac{y}{2} + \frac{5}{3} = 0 \\ \frac{4y-2x+3}{2} - \frac{10y+1}{3} - \frac{1}{2} = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y-x}{3} - \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{x+2}{4} + \frac{y-2}{3} + \frac{x+y}{7} = 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} [a) x=6; y=-4] \\ [b) x=2; y=5] \end{matrix}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1+y}{2} = \frac{5y-2x}{3} \\ \frac{4x+1}{3} - \frac{2y-1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{1}{4}(x-y) = x-y \\ 2x-3y = 3(x-y) - x \end{cases} \quad \begin{matrix} [c) x = \frac{1}{2}; y = 1] \\ [d) ind.] \end{matrix}$$

e)
$$\begin{cases} \frac{3}{4}(x+y) = 2(x - \frac{5}{6}) + 2y \\ x+y-1=0 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{12x-7}{2} - \frac{3(2x+y)}{10} = \frac{7}{10} \\ \frac{2x+y}{3} = \frac{4}{9} + \frac{x+y}{2} \end{cases} \quad \begin{matrix} [e) imp.] \\ [f) x = \frac{2}{3}; y = -2] \end{matrix}$$

7. Risolvi i seguenti problemi.

a) Determinare due numeri tali che la differenza fra il triplo di uno di essi e il secondo sia 45 e che la metà del primo superi la quinta parte del secondo di 7. [20 ; 15]

b) Un bambino ha nel suo salvadanaio fr. 142.- costituiti da 44 monete, alcune da fr. 5.- e altre da fr. 2.-Determinare quante sono le monete da fr. 5.- e quante quelle da fr. 2.- [18 ; 26]

c) L'età di un padre è quadrupla di quella del figlio e cinque anni fa essa era sette volte quella del figlio. Quali sono oggi le due età? [40 ; 10]

d) Un angolo di un triangolo è $i \frac{7}{8}$ della somma degli altri due, i quali differiscono fra loro di 52° . Quali sono le ampiezze dei tre angoli? [22° ; 74° ; 84°]

e) Trovare un numero di due cifre, la prima delle quali sia doppia della seconda, tale che permutando fra di loro le due cifre si ottenga un numero minore del precedente di 27. [63]

f) Ogni giorno due treni partono contemporaneamente, andando l'uno verso l'altro, da due città distanti fra loro 400 km e si incontrano dopo 4 ore.

Un giorno, a causa d'un guasto, il primo treno parte con un ritardo di 1 ora e 15 minuti ed incontra l'altro treno dopo 3 ore e 30 minuti.

Quali sono le velocità medie dei due treni? (Ricorda: $S = v \cdot t$) [60 ; 40]

8. Risolvi le seguenti equazioni fratte:

a) $\frac{7}{x} = 9$

b) $\frac{3}{x-3} - 3 = 0$

c) $\frac{4}{x+1} = \frac{7}{2x-5}$

d) $\frac{x}{2x-1} = 3$

e) $\frac{4}{5y} - 8 = 0$

f) $\frac{8}{2x+5} = 0$

g) $\frac{3z}{5} - 8 = 1$

h) $\frac{z}{z+2} + \frac{z}{z-3} = 2$

i) $\frac{x}{x^2-7x} = \frac{1}{x+1}$

l) $\frac{8}{7x+3} - \frac{1}{x} = 0$

m) $\frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 3$

n) $\frac{3}{x-1} = \frac{3}{x+1}$

o) $\left(2 - \frac{1}{x}\right) + 3 \cdot \left(\frac{2}{x} + 1\right) = \frac{15}{2}$

p) $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{3x+26}{x^2-4} = \frac{2x+1}{x-2}$

q) $\frac{1}{x} - \frac{2}{3x-1} + \frac{4}{x(1-3x)} = 0$

r) $\frac{5}{3x} - \frac{2}{2x-1} = \frac{2}{3(x-1)}$

s) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x^2+x+1}{x^2+x-6} = \frac{1}{x+3}$

t) $\frac{z-2}{z^2-2z+1} = \frac{z+2}{z^2-1}$

u) $2 \cdot \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2x-6} = \frac{-3}{x^2-5x+6}$

v) $\frac{y+4}{y^2+y-20} = \frac{y-5}{y^2-7y+12}$

Soluzioni:

a) $\frac{7}{9}$ b) 4 c) 27 d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{1}{10}$ f) *imp.* g) 15

h) -12 i) *imp.* l) 3 m) 3 n) *imp.* o) 2 p) *imp.*

q) 5 r) $\frac{5}{7}$ s) *imp.* t) *imp.* u) $\frac{8}{5}$ v) -13