

ESERCIZI

1. La somma di 3 numeri reali diversi è 1; se dal 1° sottraggo il 2° e poi il 3° mi resta 2; se dalla somma dei primi 2 sottraggo il 3° ottengo 3. Quali sono i 3 numeri ?

2. La famiglia Brambilla è composta da 4 persone: la mamma Maria ha 22 anni in più di sua figlia; il figlio è nato quando il papà aveva 27 anni. Maria e la figlia assieme hanno l'età del padre. L'età del figlio è $\frac{1}{8}$ dell'età del padre, di Maria e della figlia assieme.

3. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni su un foglio a parte.

Se non riesci a trovare la soluzione algebricamente, aiutati con un grafico!

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - y = -6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 8x - 2y = 14 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 7x + 3y = 27 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 8y = 40 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{3}{2} \\ \frac{5}{2}x - y = 9 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} -5x + 3y = 7 \\ 5x - 3y = 15 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} \\ x - y = 0 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} 2x + y - 3 = x - y \\ 8x - 9y + 3 = x + y \end{cases}$$

4. Sistemi di equazioni ne esistono di tutti le dimensioni, alcuni sono talmente grandi che solo un computer può risolverli con milioni di operazioni.

Eccoti alcuni sistemi a più di 2 incognite:

a)
$$\begin{cases} a + b + c = 30 \\ a + c = 22 \\ a - b = 4 \end{cases}$$

Un aiuto:

- dalla seconda equazione ricava **c**
- dalla terza equazione ricava **b**
- sostituisci **c** e **b** nella prima equazione.

b)



a



b



c

Qual è il peso di ogni oggetto ?

Si sa che:

- due volte il peso **a** + 2 volte il peso **c** = 28 grammi
- 2 volte il peso **a** + 3 volte il peso **b** + 2 volte il peso **c** = 58 grammi
- il peso **a** + il peso **b** - il peso **c** = 8 grammi

Imposta un sistema e risolvi.

- c) E ora un problema proposto in una prova di fine ciclo di quarta media.

Trova 3 numeri **m**, **p**, **q**, diversi da zero, che soddisfino le seguenti condizioni:

- i rapporti $\frac{p}{m}$ e $\frac{q}{p}$ sono uguali a 2
- la somma dei 3 numeri è uguale a 28

$$d) \begin{cases} x + y + z + w = 10 \\ x - y + z - w = -2 \\ -x + y + z - w = 0 \\ x - y - z - w = -8 \end{cases}$$

E per complicare un po' le cose, eccoti un sistema di equazioni a 4 incognite: x, y, z, w .
Prova a risolverlo.

ESERCIZI CON SOLUZIONE

1. Risolvi in \mathbb{R} , quando è possibile, i seguenti sistemi:

$$a) \begin{cases} x + y = 13 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 10 \\ 8x - 5y = 58 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 9x - 3y = 5 \\ 1 = 5x + y \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 16 \\ \frac{x}{5} - \frac{y}{6} = 2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -5x = 7 - 3y \\ 5x - 3y = 15 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 10x - 7y + 4 = -7(3x + 2y) \\ 11x - 15y = 10x - 14y + 6 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 4 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = \frac{4}{3} \\ \frac{x-y}{6} - \frac{x+y}{14} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 3(2x - 5y) + 4(x - 2y) = 7 \\ 10x - 23y = 9 \end{cases}$$

Soluzioni (non in ordine):

$$\begin{bmatrix} x = 1 \\ y = -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x = 6 \\ y = -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x = 8 \\ y = 0 \end{bmatrix}$$

[?]

$$\begin{bmatrix} x = 8 \\ y = 5 \end{bmatrix}$$

[?]

$$\begin{bmatrix} x = 2 \\ y = -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x = 30 \\ y = 24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

2. Come sopra.

$$a) \begin{cases} -1 - (2 + 3y - 3x) = 2 \\ 3y = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} p - 5q = 1 \\ -\frac{1}{5}p + q = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{2}u - \frac{1}{5}v = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}v = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = 1 \\ 8x = -3y \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x^2 - 2x = 4y \\ \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = y \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} (x-1)^2 = y \\ x^2 - y = x - 1 \end{cases}$$

Soluzioni (non in ordine): $S = \{(\frac{1}{4}; \frac{1}{8})\}$

$S = \mathbb{R}$

$S = \{ \}$

$S = \{3; \frac{4}{3}\}$

$S = \{0; 1\}$

$S = \emptyset$

L'uso di un sistema di equazioni può facilitare la risoluzione di molti problemi. Eccone alcuni.

1. Trova due numeri la cui somma è 29 e la loro differenza è 13.
2. La somma di 2 numeri è 7000. I $\frac{3}{5}$ del primo aumentati di $\frac{1}{5}$ del secondo danno 380. Determina i due numeri.
3. Un triangolo isoscele ha il perimetro di 24 cm. La base è lunga 2 cm dimeno del doppio della lunghezza del lato obliquo. Determina le misure dei lati.
4. Determina la base e l'altezza di un rettangolo, sapendo che se si diminuisce di 4 cm la base e se si aumenta di 2 cm l'altezza, si ottiene un rettangolo equivalente, mentre se si diminuisce di 2 cm la base e se si aumenta di 4 cm l'altezza, l'area aumenta di 32 cm².
5. Maria ha 400 monete, alcune da 2 Fr. e le altre sono da 5 Fr. Il valore totale è di 830 Fr. Trova quante sono le monete da 2 Fr. e quante quelle da 5 Fr.
6. Un numero di due cifre è uguale a 7 volte la somma delle sue cifre. Togliendo da questo numero 18, si ottiene il numero con le cifre scambiate di posto. Trova il numero.
7. Diciotto anni fa l'età di Carlo era il doppio di quella di Pietro. Dopo 9 anni l'età di Carlo era diventata $\frac{5}{4}$ di quella di Pietro. Quali sono le età attuali di Carlo e di Pietro?
8. In un cortile vi sono tra anatre e conigli 14 capi e 38 zampe. Quante sono le anatre e quanti i conigli?
9. Dividi il numero 55 in due parti tali che se dai $\frac{3}{8}$ della maggiore si tolgono i $\frac{2}{3}$ della minore si ottiene 5.
10. Trova due numeri la cui somma sia $\frac{1}{6}$ ed il loro rapporto sia $\frac{2}{3}$.
11. Se al denominatore di una frazione si sottrae il numeratore e a quest'ultimo si aggiunge 10, si ha una frazione equivalente a 5. Se invece si toglie 4 al numeratore, la frazione diventa equivalente $\frac{1}{8}$. Qual è la frazione?
12. In un trapezio la somma delle basi è 40, mentre l'altezza è uguale alla somma di $\frac{1}{3}$ della base maggiore con $\frac{1}{4}$ della minore. Determina le due basi sapendo che la sua area è 240 cm².

Soluzioni:

(526 ; 54) (-2550; 9550) (11; 6,5) (12; 4) (390; 10) ($y=x+2$) (42)
 (24; 21) (9; 5) (40; 15) ($\frac{1}{15}; \frac{1}{10}$) ($\frac{5}{8}$) (24; 16) ($-\frac{1}{4}; \frac{7}{4}$)